Вестник Донского государственного технического университета. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006. 2018. Т. 18, № 2. С. 238–245
Vestnik of Don State Technical University. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006 2018. Vol. 18, no. 2, pp. 238–245

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.688 DOI 10.23947/1992-5980-2018-18-2-238-245

Алгоритм начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации в параметрах Родрига-Гамильтона*

М. А. Исаев[1], А. М. Исаев[2], Н. В. Кудинов[3], Р. С. Мироненко[4]**
[1,3,4]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2]Северокавказский государственный технический университет, г. Ставрополь, Российская Федерация
[2]ООО «Стилсофт», г. Ставрополь, Российская Федерация

Initialization algorithm for spatial orientation quaternion in Rodrigues-Hamilton parameters ***

M.A. Isaev[1], A.M. Isaev[2], N.V. Kudinov[3], R.S. Mironenko[4]**
[1,3,4]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2]North Caucasian State Technical University, Stavropol, Russian Federation
[2]"Stilsoft" LLC, Stavropol, Russian Federation

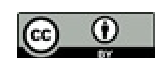
Введение. Настоящая работа посвящена уменьшению времени коррекции оценки пространственной ориентации твердого тела в момент включения системы ориентации. Для определения пространственной ориентации твердого тела используются интегрированные показания от трех ортогонально расположенных датчиков угловой скорости. Возникающая при интегрировании разница между реальной пространственной ориентацией и ориентацией, оцененной с помощью датчиков, корректируется за счет информации, получаемой от других датчиков, таких как акселерометры и магнитометры. В большинстве существующих методов информация, полученная от акселерометров и магнитометров и преобразованная с помощью алгоритма, умножается на коэффициент коррекции и вычитается из оценки угловой скорости, тем самым корректируя оценку пространственной ориентации. Чем больше угол наклона твердого тела относительно горизонта в момент включения системы ориентации, тем больше ошибка оценки пространственной ориентации. Предлагаемый в данной работе алгоритм корректирует оценку пространственной ориентации в компонентах кватерниона без использования датчиков угловой скорости, что позволяет за меньшее, по сравнению с существующими алгоритмами, время свести к минимуму ошибку оценки ориентации.

Материалы и методы. Для отработки алгоритма коррекции был использован датчик *MPU*6050, выполненный по микроэлектромеханической технологии и имеющий в одном корпусе три ортогонально расположенных измерителя угловой скорости и три ортогонально расположенных акселерометра. Информацию, поступающую с *MPU*6050, обрабатывает микроконтроллер *dsPIC*33*EP*256*MU*806. Пространственная ориентация вычисляется через

Introduction. The correction time reduction for the spatial orientation evaluation of a solid under the orientation system initiation is considered. Solid spatial orientation is measured by the integrated values from three orthogonal angular speed sensors. Difference between the actual spatial orientation and the orientation estimated by sensors is adjusted due to the data obtained from other sensors, such as accelerometers and magnetometers. Major existing algorithms deduct data acquired from accelerometers and magnetometers from the evaluation of angular rate through the correction factor thus correcting the spatial orientation assessment error. The higher the solid inclination angle in relation to horizon when the orientation system is switched on, the greater the spatial orientation error is. The algorithm presented herein corrects the spatial orientation evaluation in quaternion components without angular rate sensors which allows minimizing the spatial orientation assessment error within shorter time in comparison with the existing algorithms.

Materials and Methods. To implement the correction algorithm, the *MPU6050* sensor is used. It is made with microelectromechanical technology, and its body includes three orthogonally located angular velocity sensors and three orthogonally located accelerometers. The output data from *MPU6050* sensor is processed by *dsPIC33EP256MU806* microchip. The spatial orientation is calculated by the Rodrigues-Hamilton parameters in the quaternion components.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: isaev@stilsoft.ru; mrraptor26@gmail.com; kudinov_nikita@mail.ru; rmironenko@donstu.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.



параметры Родрига-Гамильтона в компонентах кватерниона, результат вычислений передается в программный пакет *Matlab*, выполняющий программу для визуализации зависимостей от времени четырёх компонент кватерниона в виде графиков.
Результаты исследования. В существующих алгоритмах, использующих параметры Родрига-Гамильтона, при начальной инициализации системы ориентации авторами предложено увеличивать значение коэффициента коррекции на время инициализации, либо с помощью тригонометрических формул находить углы Эйлера и переводить их в параметры Родрига-Гамильтона. В первом случае время начальной инициализации остается достаточно большим, во втором случае, из-за использования углов Эйлера, может возникать такое явление как «шарнирный замок». Предложенный в данной работе алгоритм осуществляет начальную инициализацию за время, сравнимое со временем инициализации в углах Эйлера, но при этом использует только параметры Родрига-Гамильтона.
Обсуждение и заключения. Использование предложенного алгоритма позволит минимум в 5 раз сократить время начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации и, как следствие, общее время, необходимое для приведения системы в рабочее состояние, за счет того, что начальная инициализация необходима при каждом включении системы ориентации. В силу того, что инициализация происходит только по показаниям акселерометра, то для корректного определения пространственной ориентации по предложенному алгоритму необходимым условием является отсутствие любых ускорений на тело кроме ускорения свободного падения.

Ключевые слова: кватернион, параметры Родрига-Гамильтона, приборный базис, коррекция, гироскопы, акселерометры, плоскость приведения.

***Образец для цитирования*:** Алгоритм начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации в параметрах Родрига-Гамильтона / М. А. Исаев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 2. — С. 238–245. DOI 10.23947/1992-5980-2018-18-2-238-245

The result is input to the *Matlab* software package which executes the program of visualizing the dependencies on the time of four quaternion components graphically.
Research Results. In existing algorithms that use the Rodrigues-Hamilton parameters, at the initial initialization of the orientation system, it is suggested to increase the correction factor, or to use the trigonometric formulas to find the Euler angles and translate them into the Rodrigues-Hamilton parameters. In the first case, the initial initialization time remains sufficiently long, in the second case, due to the use of Euler angles, a phenomenon of “gimbal lock” can be observed. The proposed algorithm performs the initial initialization in a time equivalent to the initialization time in the Euler angles parameters, but it applies only the Rodrigues-Hamilton parameters.
Discussion and Conclusions. Using the proposed algorithm will allow a minimum of 5-fold reduction in the initial initialization time of the spatial orientation quaternion. In consequence, the total time required for activating the system will be also reduced due to the fact that the initial initialization is necessary every time the orientation system is switched on. For the correct determination of the spatial orientation according to the proposed algorithm, the necessary condition is the absence of any acceleration on the body other than the gravitational acceleration because the initialization occurs only upon the accelerometer readings.

Keywords: quaternion, Rodrigues-Hamilton parameters, instrument coordinate system, correction, gyroscopes, accelerometers, reference plane.

For citation: M.A. Isaev, A.M. Isaev, N.V. Kudinov, R.S. Mironenko. Initialization algorithm for spatial orientation quaternion in Rodrigues-Hamilton parameters. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.2, pp. 238–245. DOI 10.23947/1992-5980-2018-18-2-238-245

Введение. В задачах определения пространственной ориентации твердого тела относительно опорной системы координат широко применяются бесплатформенные инерциальные навигационные системы. В современных системах, к которым предъявляют жесткие требования по массогабаритным показателям, при определении пространственной ориентации в качестве сенсоров используются измеритель проекции угловой скорости на ось чувствительности (далее такие сенсоры будем называть гироскопами), измерители проекции ускорения на ось чувствительности (акселерометры) и измеритель проекции вектора магнитного поля (магнитный компас). В общем случае при определении пространственной ориентации в качестве основного источника информации используют интегрированные показания от трех датчиков угловой скорости, расположенных взаимно-перпендикулярно. С помощью информации, получаемой от акселерометра и магнитного компаса, оси чувствительности которых расположены так же, как и оси гироскопа, сводят к минимуму возникающую в процессе интегрирования угловой скорости ошибку, которая есть разница между реальной пространственной ориентацией и пространственной ориентацией, вычисленной с помощью датчиков угловой скорости[1]. Существует несколько кинематических параметров для описания движения твердого тела около неподвижной точки [2]:

- Углы Эйлера-Крылова;
- Матрица направляющих косинусов;
- параметры Родрига-Гамильтона (в компонентах кватерниона).
- параметры Кейли – Клейнав.

Применение кватернионов позволяет создать удобный и наглядный формализм, использующий параметры Родрига-Гамильтона для описания пространственной ориентации твердого тела, что является наиболее близким к оптимальному с точки зрения вычислительной техники [2, 3]. При описании пространственной ориентации удобно выделять три базиса:

- Опорный базис I, неподвижный в инерциальном пространстве, представленный в виде единичного кватерниона на рис. 1;
- Приборный базис I^* — оцененная с помощью датчиков пространственная ориентация объекта;
- Связанный базис E — базис, связанный с объектом ориентации.

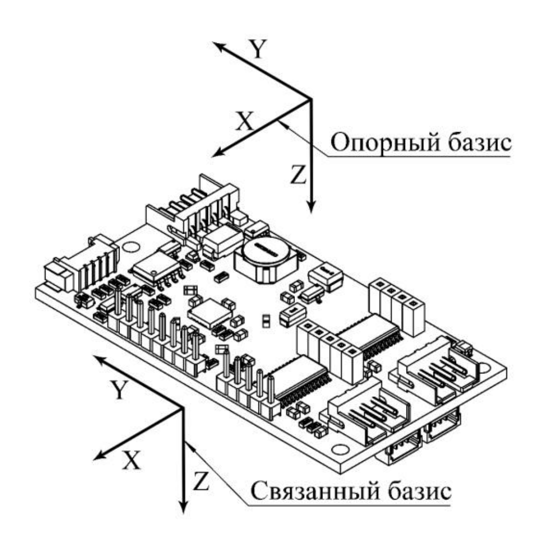


Рис. 1. Расположение систем координат в связанном и опорном базисах

Fig. 1. Location of coordinate systems in local and world frames

Кватернионом называется упорядоченная четверка действительных чисел:

$$\Lambda = (\lambda_0, \quad \lambda_1, \quad \lambda_2, \quad \lambda_3), \tag{1}$$

где λ_0 — скалярная часть; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — векторная часть.

Единичный кватернион представлен в виде:

$$\Lambda = (1, \quad 0, \quad 0, \quad 0). \tag{2}$$

Кватернион, описывающий пространственную ориентацию твердого тела, есть кватернион, описывающий поворот относительно единичного кватерниона. Из-за несовершенства датчиков угловой скорости, конечной разрядности чисел при представлении на ЭВМ с течением времени накапливается ошибка, которую можно выразить как разницу между опорным базисом и приборным. Для приведения приборного базиса к опорному ($I^* \to I$) коррекция должна осуществляться через изменение кватерниона поворота $\Delta\Lambda$, который находится путем интегрирования измеренной датчиком угловой скорости. При таком методе коррекции время приведения приборного базиса к опорному прямо пропорциональна ошибке между этими базисами. В момент включения системы ориентации необходимо за минимальный промежуток времени свести ошибку между опорным и приборным базисами к минимуму (произвести «выставку» системы ориентации). В работе [4] автор на время «выставки» предлагает увеличить коэффициент коррекции через который осуществляется приведение приборного базиса к опорному. Под коэффициентом коррекции понимается число, на которое умножаются компоненты коррекции перед изменением кватерниона поворота $\Delta\Lambda$. С учетом увеличения коэффициента коррекции «выставка» занимает время от 100 до 3000 итераций в зависимости от значения коэффициента коррекции и начальной пространственной ориентации системы (под итерацией понимается период интегрирования показаний гироскопа). Авторами предлагается алгоритм, позволяющий уменьшить ошибку оцененной пространственной ориентации до минимальной величины, которая определяется точностью акселерометров, за 10 итераций вне зависимости от начального положения системы.

Коррекция оценки ориентации приборного базиса. В монографии [3] авторы предлагают построение модели коррекции в векторной форме с помощью плоскости приведения, ориентиром для построения которой является вектор силы тяжести. Для построения полного приборного базиса нужны два неколлинеарных ориентира. В качестве второго ориентира может выступать вектор магнитного поля. В данной работе рассматривается исключительно коррекция на базе плоскости приведения.

Вектор при описании вращения кватернионами удобно выражать как кватернион, нулевая компонента которого (скалярная часть кватерниона) равна нулю

$$i_E{}^* = (0, \quad Accel_X, \quad Accel_Y, \quad Accel_Z), \tag{3}$$

где $i_E{}^*$ — вектор оценки линейных ускорений в связанном базисе, выраженный через кватернион; $Accel_X$ — проекция оценки линейного ускорения на ось X акселерометра в связанном базисе; $Accel_Y$ — проекция оценки линейного ускорения на ось Y акселерометра в связанном базисе; $Accel_Z$ — проекция оценки линейного ускорения на ось Z акселерометра в связанном базисе.

Необходимо выполнить проекцию вектора оценки линейных ускорений из связанного базиса в опорный [4]:

$$i_I{}^* = \Lambda \circ i_E{}^* \circ \widetilde{\Lambda}, \tag{4}$$

где $i_I{}^*$ — вектор показаний акселерометра в опорном базисе, выраженный через кватернион; Λ — кватернион текущей пространственной ориентации; $\widetilde{\Lambda}$ — сопряженный кватернион текущей пространственной ориентации.

Умножение кватернионов не коммутативно, обозначается символом «∘» и выражается системой уравнений (6–9) [5]:

$$N = \Lambda \circ M, \tag{5}$$

$$N_0 = \Lambda_0 M_0 - \Lambda_1 M_1 - \Lambda_2 M_2 - \Lambda_3 M_3, \tag{6}$$

$$N_1 = \Lambda_0 M_1 + \Lambda_1 M_0 + \Lambda_2 M_3 - \Lambda_3 M_2, \tag{7}$$

$$N_2 = \Lambda_0 M_2 + \Lambda_2 M_0 + \Lambda_3 M_1 - \Lambda_1 M_3, \tag{8}$$

$$N_3 = \Lambda_0 M_3 + \Lambda_3 M_0 + \Lambda_1 M_2 - \Lambda_2 M_1. \tag{9}$$

Кватернионом, сопряженным данному кватерниону Λ, является кватернион, обозначаемый $\widetilde{\Lambda}$ [6]:

$$\widetilde{\Lambda} = (\lambda_0, \quad -\lambda_1, \quad -\lambda_2, \quad -\lambda_3). \tag{10}$$

У сопряженного кватерниона векторная часть взята с обратным знаком (данный кватернион необходим для осуществления проекций из одного базиса в другой).

Вектор ориентира в опорном базисе выразим через кватернион:

$$i_I = (0, \quad 0, \quad 0, \quad 1), \tag{11}$$

где i_I — вектор ориентира в опорном базисе в выбранной системе координат, выраженный через кватернион (рис. 1).

В данном случае в качестве неподвижного ориентира выступает вектор силы тяжести в опорном базисе, так как выбор данного ориентира позволяет скомпенсировать ошибку ориентации по крену и тангажу. Компоненты вектора ориентира выбираются из следующих соображений:

- нулевой компонент равен нулю;
- 1-й компонент — показание акселерометра по оси X при совмещении осей датчика с опорным базисом;
- 2-й компонент — показание акселерометра по оси Y при совмещении осей датчика с опорным базисом;
- 3-й компонент — показание акселерометра по оси Z при совмещении осей датчика с опорным базисом.

Разница между вектором ориентира в опорном базисе и вектором оценки линейных ускорений в опорном базисе составит величину

$$\delta_I = i_I - i_I{}^*. \tag{12}$$

Компоненты коррекции оценки пространственной ориентации в опорном базисе находим через формулу:

$$\omega_I^* = \delta_I \circ i_I^*, \quad (13)$$

где ω_I^* — кватернион, содержащий компоненты коррекции кватерниона пространственной ориентации в опорном базисе.

Проекция компонент коррекции из опорного в связанный базис выражается через формулу

$$\omega_E^* = \widetilde{\Lambda} \circ \omega_I^* \circ \Lambda, \quad (14)$$

где ω_E^* — кватернион, содержащий компоненты коррекции кватерниона пространственной ориентации в связанном базисе.

С помощью ω_E^* корректируется оценка угловой скорости:

$$\Delta\Lambda = (1,\ \sin\frac{(\omega_X-(\alpha\cdot\omega_{E1}^*))\cdot\Delta t}{2},\ \sin\frac{(\omega_Y-(\alpha\cdot\omega_{E2}^*))\cdot\Delta t}{2},\ \sin\frac{(\omega_Z-(\alpha\cdot\omega_{E3}^*))\cdot\Delta t}{2}), \quad (15)$$

где ω_X — проекция угловой скорости на ось X гироскопа в связанном базисе; ω_Y — проекция угловой скорости на ось Y гироскопа в связанном базисе; ω_Z — проекция угловой скорости на ось Z гироскопа в связанном базисе; Δt — период интегрирования показаний гироскопа; α — коэффициент пропорциональной коррекции, $\alpha > 0$; $\Delta\Lambda$ — кватернион поворота.

Коэффициент α выбирается из следующих соображений. При большом значении коэффициента возникает колебательный процесс компонент кватерниона, при малом значении коррекция не будет компенсировать ошибку, вызванную разного рода погрешностями при измерении угловой скорости, поэтому данный коэффициент выбирается из компромисса скорости приведения приборного базиса к связанному и отсутствия колебательного процесса.

Авторы в [2] вводят понятие кватерниона малого поворота. Если период опроса датчика очень мал, система физически не успеет повернуться на большой угол за отведенное время. С учетом этого целесообразно отказаться от функции вычисления синуса угла (тем самым уменьшив процессорное время расчета), т. к. функция синуса вблизи нуля почти линейна. В этом случае осуществляется линейная аппроксимация кватерниона поворота:

$$\Delta\Lambda = (1,\ \frac{(\omega_X-(\alpha\cdot\omega_{E1}^*))\cdot\Delta t}{2},\ \frac{(\omega_Y-(\alpha\cdot\omega_{E2}^*))\cdot\Delta t}{2},\ \frac{(\omega_Z-(\alpha\cdot\omega_{E3}^*))\cdot\Delta t}{2}). \quad (16)$$

Затем выполняется операция умножения кватерниона текущей пространственной ориентации на кватернион малого поворота:

$$N_t = N_{t-1} \circ \Delta\Lambda, \quad (17)$$

где N_t — кватернион оценки пространственной ориентации; N_{t-1} — кватернион оценки пространственной ориентации в предыдущий момент времени.

С учетом медленного ухода нормы кватерниона от единицы при реализации вычислений на ЭВМ, необходимо периодически производить нормирование кватерниона пространственной ориентации по формулам (19, 20), т. е. приводить норму кватерниона к единице:

$$\parallel N \parallel = \nu_0^2 + \nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 \approx 1, \quad (18)$$

где $\parallel N \parallel$ — норма кватерниона;

$$|N| = \sqrt{\nu_0^2 + \nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2}, \quad (19)$$

где $|N|$ — тензор кватерниона;

$$N_{Norm} = \frac{\nu_0}{|N|}, \frac{\nu_1}{|N|}, \frac{\nu_2}{|N|}, \frac{\nu_3}{|N|}, \quad (20)$$

где N_{Norm} — нормированный кватернион или верзор [1, 6].

Описанный выше алгоритм (3–20) осуществляет устойчивую коррекцию кватерниона пространственной ориентации через изменение оценки угловой скорости так же, как это происходит в алгоритмах Махони [8,10] и Маджвика [4]. Разница алгоритмов заключается в методике определения компонентов коррекции.

Алгоритм быстрой начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации. Целью предлагаемого алгоритма является уменьшение времени приведения приборного базиса к связанному, причем коррекция осуществляется итерационно, посредством умножения кватерниона пространственной ориентации на кватернион коррекции.

Последовательность действий в алгоритме следующая:

1) Опрос трех осей акселерометра;
2) Определение компонент коррекции оценки ориентации по формулам (3–14);
3) Преобразование компонент коррекции в кватернион поворота:

$$\Delta\Lambda = \left(1,\ \sin\frac{\omega_{E1}^{*}}{2},\ \sin\frac{\omega_{E2}^{*}}{2},\ \sin\frac{\omega_{E3}^{*}}{2}\right), \tag{21}$$

где ω_1^* — первая компонента коррекции в связанном базисе; ω_2^* — вторая компонента коррекции в связанном базисе; ω_3^* — третья компонента коррекции в связанном базисе.

4) Кватернион текущей пространственной ориентации умножается на сопряженный кватернион поворота:

$$N_t = N_{t-1} \circ \Delta\tilde{\Lambda}. \tag{22}$$

5) Выполняется нормирование кватерниона пространственной ориентации (19, 20);
6) Возврат к шагу 1.

Эксперимент по определению времени переходных процессов компонент кватерниона при использовании разработаннгого алгоритма. Цель эксперимента — сравнить время переходных процессов компонент кватерниона при использовании коррекции через изменение оценки угловой скорости и коррекции по предложенному алгоритму. Описанные в данной статье алгоритмы приведения приборного базиса к связанному были реализованы на микроконтроллере *dsPIC*33*EP*256*MU*806. В качестве датчика для определения пространственной ориентации использовался *MPU*6050 — 3-х осевой гироскоп, измеряющий проекции угловых скоростей на свои оси чувствительности, и 3-х осевой акселерометр. Микроконтроллером вычислялись компоненты трех кватернионов пространственной ориентации по показаниям датчика при однократном измерении. Компоненты первого кватерниона вычислялись через изменение оценки угловой скорости с коэффициентом $\alpha = 0{,}1$ (предварительный эксперимент со многими измерениями показал, что именно это значение является компромиссом между колебательным процессом и скоростью коррекции приборного базиса в течении всего времени работы данной системы ориентации). Компоненты второго кватерниона вычислялись через изменение оценки угловой скорости с увеличенным коэффициентом $\alpha = 5$. Компоненты третьего кватерниона вычислялись по предложенному алгоритму быстрой инициализации. В момент включения и на протяжении всего эксперимента, датчик находился повернутым относительно горизонта по тангажу на 18 градусов и по крену на 174 градуса.

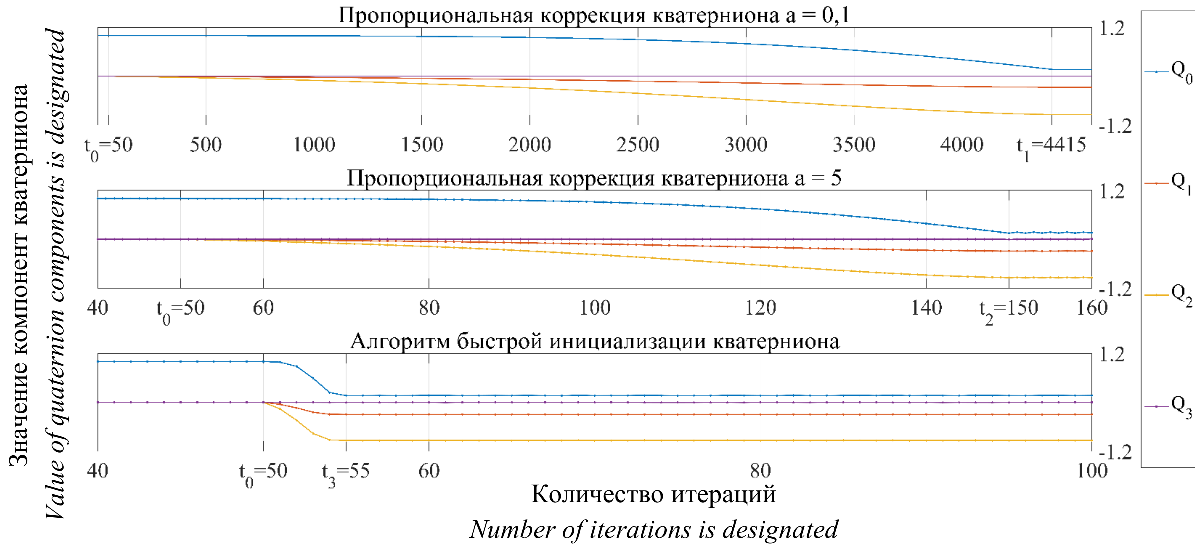


Рис. 2. Переходные процессы компонент кватерниона в параметрах Родрига-Гамильтона.

Fig. 2. Transition processes of quaternion components in Rodrigues-Hamilton parameters

До момента времени $t_0 = 50$ микроконтроллер отправляет 3 единичных кватерниона для обработки в программу, работающую в интерпретируемой среде *Matlab*. В момент времени t_0 включается коррекция. В первом случае приведение приборного базиса к связанному завершается в момент времени $t_1 = 4415$. Во втором случае — в момент $t_2 = 150$. В третьем случае — в момент $t_3 = 55$. Признаком окончания коррекции является завершение переходного процесса компонент кватерниона:

$$\Delta_{t_Quat_1} = t_1 - t_0 = 4365, \quad (23)$$

$$\Delta_{t_Quat_2} = t_2 - t_0 = 100, \quad (24)$$

$$\Delta_{t_Quat_3} = t_3 - t_0 = 5, \quad (25)$$

где Δ_{t_Quat} — количество итераций, за которое система ориентации скорректировала оценку пространственной ориентации в компонентах кватерниона в каждом из трех случаев.

Выводы. Предложенный алгоритм начальной выставки системы оказался быстрей в 873 раза по сравнению с коррекцией через оценку угловой скорости с коэффициентом коррекции $\alpha = 0{,}1$ и в 20 раз быстрей по сравнению с коррекцией через оценку угловой скорости с увеличенным коэффициентом коррекции $\alpha = 5$. В силу того, что кватернион поворота в данном алгоритме вычисляется только по показаниям акселерометров, то ошибка выставки системы будет прямо пропорциональна паразитному ускорению, действующему на систему. Под паразитным следует понимать любое ускорение, отличное от ускорения свободного падения. Поэтому после завершения начальной «выставки» необходимо отключать предложенный алгоритм и включать коррекцию через изменение оценки угловой скорости, как это предлагается в работах [4, 8].

Библиографический список

1. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / К. К. Веремеенко [и др.], — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009 г., 556 с.
2. Бранец, В. Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. — Москва : Наука, 1973. — 320 с.
3. Бранец, В. Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский. — Москва : Наука, 1992. — 280 с.
4. Madgwick S.O.H. An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays / S.O.N. Madgwick // Report x-io and University of Bristol 2010. — 32 p.
5. Hamilton, W.R. On quaternions, or on a new system of imaginaries in algebra / W.R. Hamilton // Philosophical Magazine 1844. — Vol. XXV, — P. 10–13.
6. Ватульян, А. О. Кватернионы / А. О. Ватульян // Соросовский образовательный журнал. — 1999. — № 5. — С. 117–120.
7. Гордеев, В. Н. Кватернионы и трехмерная геометрия / В. Н. Гордеев. — Киев: Сталь, 2012. — 318 с.
8. Mahony, R. Complementary filter design on the special orthogonal group / Robert Mahony, Tarek Hamel, Jean-Michel Pflimlin // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005 Seville, Spain, December 12-15, 2005. P. 1477–1484.
9. Roberto G. Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs / Roberto G. Valenti, Ivan Dryanovsky, Jizhong Xiao // Sensors – Open Access Journal, 2015 P. 29.
10. Grant, B. Complementary filter design on the Special Euclidean group SE / Grant Baldwin, Robert Mahony, Jochen Trumpf, Tarek Hamel, Thibault Cheviron // Control Conference (ECC), 2007 European, Kos, Greece, July 2-5, 2007. P. 8.

References

1. Veremeenko, K.K., et al. Sovremennye informatsionnye tekhnologii v zadachakh navigatsii i navedeniya bespilotnykh manevrennykh letatel'nykh apparatov. [Modern information technologies in tasks of navigation and guiding maneuvering air drones.] Moscow: FIZMATLIT, 2009, 556 p. (in Russian).
2. Branets, V.N., Shmyglevsky, I.P. Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela. [Application of quaternions in solid orientation problems]. Moscow: Nauka, 1973. — 320 c. (in Russian).
3. Branets, V.N., Shmyglevsky, I.P. Vvedenie v teoriyu besplatformennykh inertsial'nykh navigatsionnykh system. [Introduction to the theory of strap down inertial navigation systems.] Moscow: Nauka, 1992, 280 p. (in Russian).
4. Madgwick, S.O.H. An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays. Report x-io and University of Bristol, 2010, 32 p.
5. Hamilton, W.R. On quaternions, or on a new system of imaginaries in algebra. Philosophical Magazine, 1844, vol. XXV, pp. 10–13.
6. Vatulyan, A.O. Kvaterniony. [Quaternions.] Soros Educational Journal, 1999, no. 5, pp. 117–120 (in Russian).

7. Gordeev, V.N. Kvaterniony i trekhmernaya geometriya. [Quaternions and three-dimensional geometry.] Kiev: Stal', 2012, 318 p. (in Russian).

8. Mahony, R., Hamel,T., Pflimlin, J.-M. Complementary filter design on the special orthogonal group. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, 2005, Seville, Spain, December 12-15, 2005, pp. 1477–1484.

9. Valenti, R.G., Dryanovsky, I., Jizhong Xiao. Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs . Sensors – Open Access Journal, 2015, p. 29.

10. Grant, B., Mahony, R., Trumpf, J., Hamel, T., Cheviron, T. Complementary filter design on the Special Euclidean group SE. Control Conference (ECC), 2007 European, Kos, Greece, July 2-5, 2007, p. 8.

Поступила в редакцию 22.01.2018
Сдана в редакцию 26.01.2018
Запланирована в номер 17.03.2018

Received 22.01.2018
Submitted 26.01.2018
Scheduled in the issue 17.03.2018

Об авторах:

Исаев Михаил Александрович,
магистрант кафедры «Робототехника и мехатроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1972-6923
mrraptor26@gmail.com

Исаев Александр Михайлович,
аспирант Северокавказского государственного технического университета (РФ, 355035 г. Ставрополь, пр-т Кулакова, 16/1),
руководитель отдела разработки беспилотных летательных аппаратов ООО «Стилсофт» (РФ, 355042, г. Ставрополь, ул. Васильковая, 29),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3307-5397
isaev@stilsoft.ru

Кудинов Никита Валерьевич,
доцент кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-003-4723-0906
kudinov_nikita@mail.ru

Мироненко Роман Сергеевич,
доцент кафедры «Робототехника и мехатроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1873-7222
rmironenko@donstu.ru

Authors:

Isaev, Mikhail A.,
graduate student of the Robotics and Mechatronics Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1972-6923
mrraptor26@gmail.com

Isaev, Alexander M.,
postgraduate student, North Caucasian State Technical University (RF, 355035, Stavropol, pr-t. Kulakova, 16/1),
air drone product development manager, “Stilsoft” LLC (RF, 355042, Stavropol, ul. Vasilkovaya, 29),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3307-5397
isaev@stilsoft.ru

Kudinov, Nikita V.,
associate professor of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: http://orcid.org/0000-003-4723-0906
kudinov_nikita@mail.ru

Mironenko, Roman S.,
associate professor of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1873-7222
rmironenko@donstu.ru